

# ELEC218 — Machines électriques

JONATHAN GOLDWASSER

## 1 Lois de la conversion électromécanique de l'énergie

*f.e.m de transformation*  $e_{it}$  = inductance \* dérivées du courant par rapport au temps.  
*f.e.m de rotation*  $e_{ir}$  = courant \* (dérivées des inductances par rapport à l'angle + dérivée de l'angle par rapport au temps).

## 2 Introduction à l'étude des régimes transitoires

Deux catégories de problèmes : vitesse de rotation constante (linéaire) ou variable (non-linéaire).

∃ une catégorie de régimes transitoires dont la solution est possible même à vitesse variable : *petites perturbations* (linéarisation)

Type de problème	Méthode d'étude
Vitesse de rotation constante	
Régime permanent – machine DC	Nombre réels
Régime permanent – machine AC	Nombre complexes – Phaseurs
Régimes transitoires électriques	Calcul opérationnel (LAPLACE)
Vitesse de rotation variable	
Petites impulsions	Calcul opérationnel (LAPLACE)
Petites oscillations	Nombres complexes – Phaseurs
Grandes perturbations	Algorithmes numériques de calcul pas à pas

### 2.1 Utilisation du calcul opérationnel

Méthode générale : transformée de LAPLACE avec conditions initiales.

Méthode de superposition : transformée de LAPLACE sur les variations et donc pas de conditions initiales, intéressant si le régime préexistant est un régime invariant au cours du temps.

## 3 Mise en équations des machines à courant continu

### 3.1 Hypothèses simplificatrices

- Circuit magnétique pas saturé, flux fonctions linéaires des courants.
- Circuits magnétiques parfaitement feuilletés, pas de courants de FOUCAULT.
- Densité de courant uniforme, pas d'effet pelliculaire.
- Inductance mutuelles fonctions sinusoïdales de l'angle que font leurs axes magnétiques  $\Rightarrow L_i = \text{cst}$  et  $M_{ij} \geq 0$ .

### 3.2 Relations entre flux et courants

$$\begin{bmatrix} \Psi_f \\ \Psi_d \\ \Psi_g \\ \Psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_f & M_{fd} & 0 & 0 \\ M_{fd} & L & M_{gd} \cos(\theta_d - \theta_g) & L \cos(\theta_d - \theta_q) \\ 0 & 0 & L_g & M_{gq} \\ M_{fq} \cos(\theta_q - \theta_f) & L \cos(\theta_q - \theta_d) & M_{gq} & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f \\ i_d \\ i_g \\ i_q \end{bmatrix}$$

Comme les balais sont positionnés au droit des pôles inducteurs, les cos sont nuls.

### 3.3 Calcul des forces électromotrices

#### 3.3.1 f.e.m de rotation et transformation

$$\begin{aligned} e_{fr} &= 0 \\ e_{dr} &= -\omega_r(M_{gq}i_g + Li_q) = -\Psi_q\omega_r \\ e_{gr} &= 0 \\ e_{qr} &= \omega_r(M_{fd}i_f + Li_d) = \Psi_d\omega_r \\ e_{xt} &= \frac{d\Psi_x}{dt} \quad x = f, d, g, q \end{aligned}$$

### 3.4 Equations électriques

$$v_x = R_x i_x + e_{xt} + e_{xr} \quad x = f, d, g, q$$

### 3.5 Couple et puissance

$$C_{em} = p(\Psi_d i_q - \Psi_q i_d)$$

Puissance mécanique  $\frac{C_{em}\omega_r}{p}$  associée au couple correspond à la puissance électrique associée au f.e.m de rotation uniquement.

### 3.6 Machine classique à une paire de balais

Si on supprime les deux balais d'axe  $d$ , on supprime  $v_d$  et  $i_d$  mais pas  $\Psi_d$  :

$$C_{em} = p(\Psi_d i_q)$$

#### 3.6.1 Machines à courant continue à excitation séparée

Si la réaction d'induit n'est pas compensée, il suffit de faire  $i_d = v_d = 0$  et à partir de la matrice d'inductance on trouve les équations.

Si la réaction d'induit est compensée par un enroulement  $g$ , alors on pose  $i_g = i_q$  et  $v = v_q + v_g$ .

#### 3.6.2 Influence d'un enroulement d'excitation série (Compound)

On ajoute un enroulement  $s$ , celui-ci sera couplé magnétiquement avec  $f$  et  $d$ .

## 4 Régimes transitoires des machines à courant continu

### 4.1 Court-circuit aux bornes d'une génératrice Shunt

On suppose que la vitesse reste constante pendant le court-circuit et donc le système d'équations différentiels est linéaire. Dès lors, on passe en transformée de LAPLACE. Explication physique : le premier terme correspond à la décroissance naturelle du courant d'induit ; cependant, le courant inducteur, donc le flux qu'il crée ne s'éteint qu'avec sa propre constante de temps et continue à induire une f.e.m dans l'induit. L'induit suscite alors un courant antagoniste d'amplitude telle qu'au premier instant les ampères-tours suscités équilibrent ceux de l'inducteur, puisque le flux ne peut varier instantanément dans une bobine mise brusquement en court-circuit. Ces ampères-tours de l'induit décroissent avec la constante de temps de l'induit.

### 4.2 Réglage de vitesse d'un moteur à courant continu

Moteur à excitation indépendante : le problème est linéaire si la vitesse est constante donc si  $i_f$  est constant c-à-d  $v_f$  constant.

Moteur série : le problème est non-linéaire puisque  $i_f = i_q$ .

## 5 Mise en équations des machines synchrones

### 5.1 Hypothèses simplificatrices

- Circuit magnétique pas saturé, flux fonctions linéaires des courants.
- Circuits magnétiques parfaitement feuilletés, pas de courants de FOUCAULT.
- Densité de courant uniforme, pas d'effet pelliculaire.
- On ne considère que le premier harmonique d'espace de distribution de f.m.m créée par chaque phase de l'induit.
- L'ensemble des amortisseurs peut être représenté par deux enroulements fermés en court-circuit sur eux-mêmes, l'un d'axe  $d$  ( $kd$ ) et l'autre d'axe  $q$  ( $kq$ ). Cette approximation est justifiée par le fait que les barres d'amortisseurs sont normalement de même section, disposées régulièrement à la surface des pôles, respectent les symétries par rapport aux axes  $d$  et  $q$ .

### 5.2 Equations électriques

On a 6 équations de tensions :  $v_A, v_B, v_C, v_f, v_{kd} = 0, v_{kq} = 0$

### 5.3 Transformation de PARK

Problème : beaucoup de coefficients sont fonctions de l'angle  $\theta$  entre la phase  $A$  et l'axe  $d$ .

Solution : projeter sur deux axes.

On peut toujours sommer les f.m.m des 3 enroulements  $A, B, C$  et obtenir un vecteur f.m.m résultant. Ce vecteur peut être décomposé dans deux axes et il est intelligent de choisir les axes  $d$  et  $q$  qui sont les axes de symétrie de la machine. Sa décomposition va dépendre des courants  $i_A, i_B, i_C$  et on se retrouve avec un système de 2 équations à 3 inconnues. En fait si on ajoute une même quantité à  $i_A, i_B, i_C$  alors  $F_d$  et  $F_q$  restent inchangé. Ceci est dû au fait que la composante homopolaire ne participe pas

à la création de f.m.m sinusoïdale d'entrefer. On va donc définir 3 nouveaux courants  $i_d, i_q, i_h$  définis par la transformation de PARK.

Interprétation physique : on substitue aux enroulements de phases  $A, B, C$ , dont les conducteurs et les axes magnétiques sont immobiles par rapport au stator, deux enroulements  $d$  et  $q$  dont les axes magnétiques sont solidaires du rotor et tournent avec lui. Cependant, les conducteurs doivent toujours être considérés comme immobiles. On associe fictivement aux enroulements  $A, B, C$  un collecteur immobile et des balais tournants avec le rotor et disposés selon  $d$  et  $q$ .

$$\begin{aligned} v_d &= R_a i_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega_r \Psi_q \\ v_q &= R_a i_q + \frac{d\Psi_q}{dt} - \omega_r \Psi_d \\ v_h &= R_a i_h + \frac{d\Psi_h}{dt} \end{aligned}$$

Les équations de tension rotorique ne sont pas affectées par cette transformation.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Psi_d \\ \Psi_f \\ \Psi_{kd} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_d & M_{Af} & M_{Akd} \\ M_{Af} & L_f & M_{fkd} \\ M_{Akd} & M_{fkd} & L_{kd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{kd} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Psi_q \\ \Psi_{kq} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_q & M_{Akq} \\ M_{Akq} & L_{kq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ i_{kq} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## 6 Valeurs réduites — Régime permanent synchrone

### 6.1 Valeurs réduites

Les flux et les inductances ont la dimension d'un temps en valeurs réduites puisqu'on décide de ne pas définir de base de temps.

Les avantages des valeurs réduites :

- Supprime les coefficients numériques des équations
- Ordres de grandeurs d'une famille de machines sont comparables
- Courant et tension beaucoup plus parlants

### 6.2 Régime permanent synchrone

On a  $i_{kd} = i_{kq} = 0$  et  $\Psi_d, \Psi_q$  constants. A partir de là il suffit de modifier les équations de PARK. Si la machine est à vide alors  $v_d = 0$  et  $v_q = M_{Af} \omega i_f = e_s$ . Si la machine est en charge, on définit  $X_d$  réactance synchrone longitudinale et  $X_q$  réactance synchrone transversale.

## 7 Régime transitoires des machines synchrones à la vitesse du synchronisme

### 7.1 Mise en forme opérationnelle

On passe en LAPLACE et on définit  $L_d(p)/L_q(p)$  inductance opérationnelle d'axe direct/quadrature et  $G_f(p)$  facteur d'influence opérationnel de la tension d'excitation.  $X_d = 1$  à 2 pu,  $X'_d = 0.3$  à 0.45 pu,  $X''_d = 0.15$  à 0.35 pu.

## 7.2 Court-circuit triphasé et MS4

Interprétation physique : Avant le court-circuit, les flux de l'enroulement d'excitation et des enroulements amortisseurs sont constant et il n'y a pas de courant dans les enroulements amortisseurs. Le seul courant présent est le courant continu du rotor. Cependant, quand le court-circuit est appliqué, un courant statorique va naître avec une f.m.m qui s'oppose à la f.m.m de l'excitation. Pour maintenir le flux constant à sa valeur initiale, des courants induits vont circuler dans le rotor et les amortisseurs. Les courants induits dans les enroulements d'excitation et amortisseurs vont décroître à cause de la résistance de ces enroulements. Ces courants induits sont équivalent à une augmentation de l'excitation et donc a grand courant va circuler dans le stator directement après le court-circuit. On distingue trois phases : période subtransitoire, période transitoire et régime permanent de court-circuit. Durant la première période, le comportement des courants statoriques est déterminé par le courant circulant dans les amortisseurs (faible constante de temps). Durant la seconde période, le courant des enroulements amortisseurs est tombé à zéro et le comportement du courant statorique est déterminé par le courant du rotor (plus grande constante de temps). La composante continue du courant de court-circuit de la phase  $A$  (par ex) est due au flux coupé par cette phase à l'instant du court-circuit. Si le flux coupé par la phase est différent de zéro à l'instant du court-circuit, une composante continue doit apparaître dans le courant de phase pour garder le flux coupé constant. Le composante continue décroît avec une constante de temps liée au stator. La composant continue du stator engendre à son tour des courants alternatifs dans le rotor.

L'essai de court-circuit permet de déterminer  $X'_d, T'_d, X''_d, T''_d$ .

Couple de court-circuit : au flux emprisonnés dans les enroulements rotor et stator est associé un couple proportionnel au sinus de l'angle de leurs axe magnétiques et qui se matérialise par l'allongement des lignes d'induction. On a également un couple de réluctance subtransitoire dû à l'interaction entre les enroulements rotoriques en court-circuit, de structure non-isotrope, et le flux emprisonné au stator. Le couple vaut 4 à 5 pu aux premiers instants.

## 7.3 Faux couplage

Faux couplage = connexion incorrecte de la machine au réseau.

On peut utiliser les relations trouvées pour les courants, flux et couple de court-circuit dans lesquelles on doit changer la perturbation.

## 7.4 Rétablissement de la tension lors du déclenchement d'un court-circuit permanent

On utilise de nouveau les mêmes relations sauf qu'ici c'est une perturbation de courant d'axe  $d$  qui est appliquée.

## 7.5 Schémas équivalents

	Machines à pôles saillants	Machines à pôles lisses	Machine du labo (14 kVA)
$X_d$	0.9–1.5 (1.2)	1.5–2.5 (2)	1.10
$X_q$	0.5–1.1 (0.9)	1.4–2.3 (1.9)	0.65
$X'_d$	0.3–0.5 (0.4)	0.2–0.35 (0.25)	0.23
$X''_d$	0.25–0.35 (0.3)	0.15–0.25 (0.20)	0.20
$X''_q$	0.25–0.35 (0.3)	0.15–0.25 (0.20)	0.50
$T'_{do}$	3–8 (5)	8–12 (10)	0.46
$T'_d$	1–2 (1.5)	1–1.5 (1.2)	0.11
$T''_d$	0.02–0.05 (0.04)	0.02–0.05 (0.04)	0.012
$T''_q$	0.02–0.05 (0.04)	0.02–0.05 (0.04)	0.034
$T_{kd}$	0.02	0.02	0.011
$T_a$	0.1–0.2	0.1–0.02	0.016

Les schémas équivalents permettent de retrouver toutes les constantes de temps de la machine. Pour celles d'indice  $o$  on laisse ouvert le stator, pour les autres on court-circuite. Pour celles d'indice  $d$ , on regarde le schéma d'axe  $d$ , pour celles d'indice  $q$ , on regarde le schéma d'axe  $q$ . Pour le subtransitoire on se place sur la résistance  $r_{kd}$  et pour le transitoire on se place sur la résistance  $r_f$  et on fait un équivalent de THEVENIN pour les inductances vues.

## 7.6 Saturation

La saturation affecte principalement le trajet du flux commun aux enroulements et beaucoup moins les trajets de dispersion et on néglige donc la dispersion.

Au lieu de modifier les inductances pour modéliser la non-linéarité de la saturation, on va créer des courants de saturations qui vont diminuer le flux. L'évaluation du courant de saturation se fait à partir de la caractéristique à vide.

## 7.7 Réponse à l'échelon et MS4

# 8 Régimes permanents à vitesse non synchrone

## 8.1 Fonctionnement asynchrone des machines synchrones

Le problème est linéaire et permanent  $\Rightarrow$  on utilise les phaseurs pour résoudre. Le couple électromagnétique est constitué d'un couple moyen et d'un couple pulsant. Le couple moyen apparaît comme la demi-somme des contributions de l'axe direct (qui se comporte comme un moteur asynchrone à double cage, excitation et amortisseurs) et de l'axe en quadrature (qui se comporte comme un moteur asynchrone à simple cage). Le couple pulsant (pulsation  $2g\omega$ ) est dû à l'anisotropie du rotor ( $L_d \neq L_q$ ) c-à-d principalement dû à la présence de l'excitation dans l'axe direct.

Influence de la résistance  $r_a$  : on remarque que le déterminant du système s'annule en  $g = 0.5$  cela veut dire que même petit,  $r_a$  a une influence autour du demi-synchronisme et ne peut donc pas être négligé dans cette région. Le rotor tourne à la vitesse  $(1-g)\omega$  et le champ d'induit à la vitesse  $\omega$ , il y a donc des courants induits dans le rotor à une pulsation  $g\omega$ . Le rotor engendre donc le long de son axe magnétique un champ unidirectionnel, d'amplitude variant sinusoidalement à la pulsation  $g\omega$  et tournant

avec lui. Ce champ pulsant peut être décomposé en deux champs tournants en sens inverses aux vitesses  $+g\omega$  et  $-g\omega$ . Par rapport à l'induit ces vitesses sont  $\omega$  et  $(1-2g)\omega$ , la deuxième vitesse crée le couple asynchrone et fait intervenir  $r_a$  de l'induit qui se comporte comme le secondaire d'un moteur d'induction.

## 9 /

## 10 Régimes transitoires au cours desquels la vitesse ne peut pas être considérée comme constante

### 10.1 Modèle pour les grandes perturbations

voir Projet.

### 10.2 Modèle pour les petites perturbations

On va linéariser autour d'un point de fonctionnement.

### 10.3 Modèle très simplifié

On cherche une expression approchée du couple électromagnétique qui est la somme du couple  $c_{es}(\delta_e)$  et  $c_{ea}(\frac{d\delta_e}{dt})$

## 11 Machines asynchrones

### 11.1 Hypothèses simplificatrices

- Circuit magnétique pas saturé, flux fonctions linéaires des courants.
- Circuits magnétiques parfaitement feuilletés, pas de courants de FOUCAULT.
- Densité de courant uniforme, pas d'effet pelliculaire.
- Inductance mutuelles fonctions sinusoïdales de l'angle que font leurs axes magnétiques  $\Rightarrow L_i = \text{cst}$  et  $M_{ij} \geq 0$ .

### 11.2 PARK

Il faut faire intervenir l'angle  $\theta_s$  pour le stator et  $\theta_r$  pour le rotor.

$$\begin{aligned}
 v_{ds} &= R_s i_{ds} + \frac{d\Psi_{ds}}{dt} - \frac{d\theta_s}{dt} \Psi_{qs} \\
 v_{qs} &= R_s i_{qs} + \frac{d\Psi_{qs}}{dt} - \frac{d\theta_s}{dt} \Psi_{ds} \\
 v_{dr} &= R_r i_{dr} + \frac{d\Psi_{dr}}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} \Psi_{qr} \\
 v_{dq} &= R_r i_{qr} + \frac{d\Psi_{qr}}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} \Psi_{dr} \\
 \begin{bmatrix} \Psi_{ds} \\ \Psi_{dr} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{dr} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{qs} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{qr} \end{bmatrix}$$

L'isotropie de la machine asynchrone fait que les matrices d'inductances ont les mêmes coefficients.

### 11.3 Choix du référentiel

Le référentiel est le système  $(0d, 0q)$  associé à une vitesse de rotation choisie

**Immobile p/r au stator** Pour l'étude des variations importantes de la vitesse de rotation.

**Immobile p/r au rotor** Régime transitoire ou la vitesse du rotor est considérée comme constante

**Immobile p/r au champ tournant** Alimentation a fréquence variable, petites perturbations autour du régime

## 12 Exemples de régime transitoires des machines asynchrones

### 12.1 Référentiel lié au rotor

La vitesse est considérée comme constante  $\Rightarrow$  equations différentielles linéaires et on peut utiliser LAPLACE pour étudier une grande perturbation. Pour l'expression du couple, on passe en phaseurs et on utilise la même méthode que pour le couple asynchrone des machines synchrones. Ici, le terme en  $2g\omega$  est nul dû à l'isotropie de la machine.

#### 12.1.1 Court-circuit

Simplification du déterminant

Les barres de la cage du rotor de la machine asynchrone se comporte essentiellement comme les amortisseurs d'une machine synchrone. Donc, un grand courant subtransitoire va naître après le court-circuit. De plus, la longue période transitoire ne sera pas présente ici puisqu'il n'y a pas d'excitation au rotor. En résumé, le courant de court-circuit est grand mais diminue rapidement.

#### 12.1.2 Séparation du réseau

L'amplitude de la tension subit à l'instant initial une discontinuité de valeur relative  $\frac{N_s}{L_s}$ , puis s'éteint avec la constante de temps du rotor en présence du stator circuit ouvert. La discontinuité provient de ce que seul est conservé à l'instant initial le flux emprisonné dans les enroulements du rotor, le flux de dispersion est libéré à l'ouverture du circuit statorique.

### 12.2 Référentiel lié au champ tournant



*A propos de ce document*

Document réalisé en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> utilisant les lignes de commandes suivantes :

```
▷ latex keywords.tex
▷ dvips -Ppdf -tA4 -G0 keywords.dvi
▷ ps2pdf keywords.ps
```

Écrit par : *Jonathan Goldwasser* — Dernière révision : *1<sup>er</sup> juin 2005*